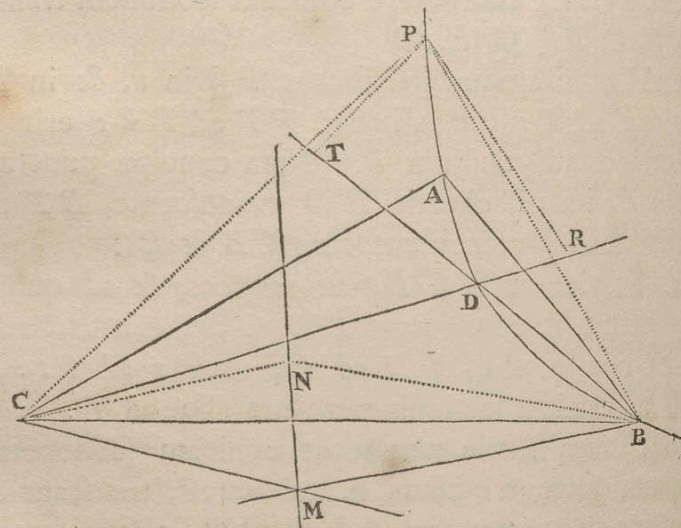


PT ut Pq ad PT ; unde PR & Pq sibi invicem æquantur, contra hypothefin.

L E M M A XXI.

Si rectæ duæ mobiles & infinitæ BM , CM per data puncta B , C seu polos ductæ, concursu suo M describant tertiam positione datam rectam MN ; & aliæ duæ infinitæ rectæ BD , CD cum prioribus duabus ad puncta illa data B , C datos angulos MBD , MCD efficientes ducantur: dico quod hæc duæ BD , CD concursu suo D describent sectionem conicam per puncta B , C transeuntem. Et vice versa, si rectæ BD , CD concursu suo D describant sectionem conicam per data puncta B , C , A transeuntem, & sit angulus DBM semper æqualis angulo dato ABC , angulusque DCM semper æqualis angulo dato ACB : punctum M continget rectam positione datam.

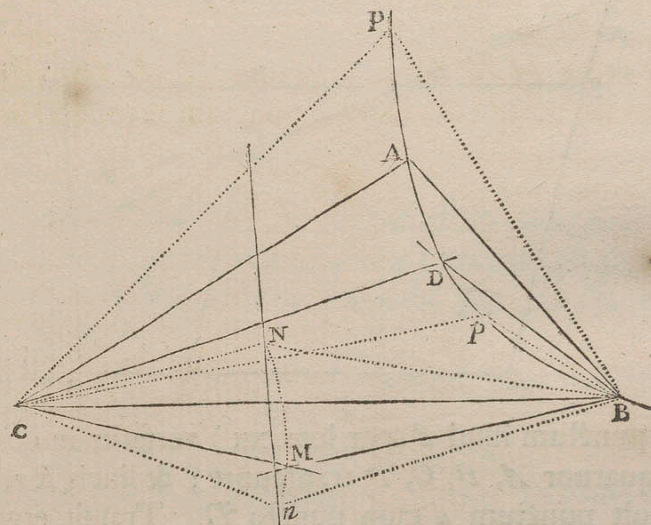
Nam in recta MN detur punctum N , & ubi punctum mobile M incidit in immotum N , incidat punctum mobile D in immotum P .



Junge CN , BN , CP , BP , & a puncto P age rectas PT , PR occurrentes ipsis BD , CD in T & R , & facientes angulum BPT æqualem

æqualem angulo dato BNM , & angulum CPR æqualem angulo dato CNM . Cum ergo (ex hypothefi) æquales sint anguli MBD , NBP , ut & anguli MCD , NCP ; aufer communes NBD & NCD , & restabunt æquales NBM & PBT , NCM & PCR : ideoque trianguia NBM , PBT similia sunt, ut & trianguia NCM , PCR . Quare PT est ad NM ut PB ad NB , & PR ad NM ut PC ad NC . Sunt autem puncta B , C , N , P immobilia. Ergo PT & PR datam habent rationem ad NM , proindeque datam rationem inter se; atque ideo (per lem. xx.) punctum D , perpetuus rectarum mobilium BT & CR concursus, contingit sectionem conicam, per puncta B , C , P transeuntem. Q. E. D.

Et contra, si punctum mobile D contingat sectionem conicam transeuntem per data puncta B , C , A , & sit angulus DBM semper æqualis angulo dato ABC , & angulus DCM semper æqualis angulo dato ACB , & ubi punctum D incidit successive in duo quavis sectionis puncta immobilia p , P , punctum mobile M incidat successive in puncta duo immobilia n , N : per eadem n , N agatur



recta nN , & hæc erit locus perpetuus puncti illius mobilis M . Nam, si fieri potest, versetur punctum M in linea aliqua curva. Tanget ergo punctum D sectionem conicam per puncta quinque B , C , A , p , P transeuntem, ubi punctum M perpetuo tangit lineam curvam. Sed & ex jam demonstratis tanget etiam punctum D sectionem conicam per eadem quinque puncta B , C , A , p , P , transeuntem, ubi punctum